Aufgabe 1 **(10 Punkte)**

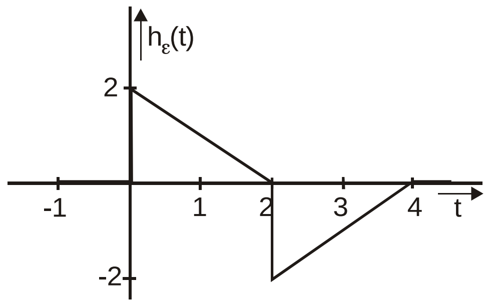
Gegeben ist ein Signal $s(t) = \sin(\pi t) \cdot \mathrm{rect}\left(t - \frac{1}{2}\right)$

2 Pkt. **1.1** $s(t)$ wird über einen idealen Integrator übertragen. Bestimmen und skizzieren*) Sie das Ausgangssignal $g_1(t)$.

2 Pkt. **1.2** $s(t)$ wird nun über ein LTI – System mit der Impulsantwort $h(t) = \mathrm{rect}\left(t + \frac{1}{2}\right)$ übertragen. Bestimmen und skizzieren*) Sie das Ausgangssignal $g_2(t)$.

1 Pkt. **1.3** Bestimmen Sie $g_3(t) = s(t) * \delta'(t)$.

Die Sprungantwort eines LTI – Systems sei $h_\varepsilon(t)$.



3 Pkt. **1.4** Skizzieren*) Sie die Reaktion $g_4(t)$ des Systems auf das Eingangssignal

$s_4(t) = \mathrm{rect}\left(t - \frac{3}{2}\right)$.

Betrachtet werden zwei LTI – Systeme mit den Impulsantworten

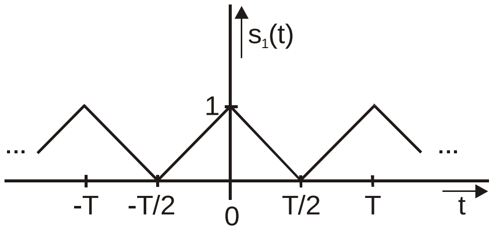
$h_1(t) = e^{-3t}\varepsilon(t-1)$ und

$h_2(t) = e^{-3t}\varepsilon(1-t)$.

2 Pkt. **1.5** Zeigen Sie, ob die Systeme kausal und/oder stabil sind.

*) Skizze mit Angabe aller charakteristischen Werte

<u>Aufgabe 2</u> **(10 Punkte)**



4 Pkt. **<u>2.1</u>** Berechnen Sie die Koeffizienten c_k der Fourier-Reihenentwicklung des gezeigten periodischen Signals $s_1(t)$ unter Verwendung der folgenden für *gerade Funktionen* gültigen Formel:

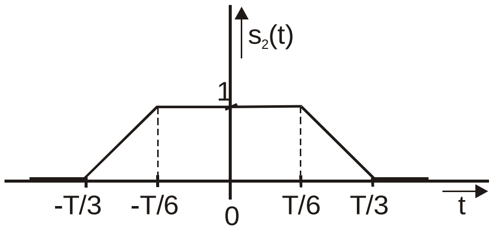
$$c_k = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} s(t)\cos(k\omega_0 t)\,\mathrm{d}t\ .$$

Hinweis: $\int t\cos at\ dt = \frac{\cos at}{a^2} + \frac{t\sin at}{a}$

2 Pkt. **<u>2.2</u>** Geben Sie die Fourier-Reihenkoeffizienten ${}^1c_k$ des zeitverschobenen Signals $s_1(t-T/4)$ getrennt nach Real- und Imaginärteil an.

Der Trapez-Impuls $s_2(t)$ kann wie folgt beschrieben werden:

$$s_2(t) = \mathrm{rect}\left(\frac{t}{T/2}\right) * \frac{6}{T}\mathrm{rect}\left(\frac{t}{T/6}\right)$$



2 Pkt. **<u>2.3</u>** Bestimmen Sie die Fourier-Transformierte $S_2(j\omega)$.

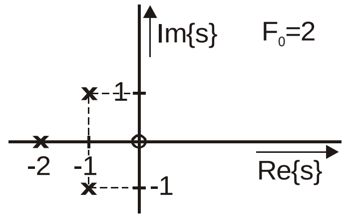
2 Pkt. **<u>2.4</u>** Bestimmen Sie die Fourier-Transformierte des periodischen Signals

$$s_{2\mathrm{P}}(t) = s_2(t) * \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(t - nT\right).$$

und geben Sie auch hierfür die zugehörigen Fourier-Reihenkoeffizienten ${}^2c_k$ an.

Aufgabe 3 **(10 Punkte)**

Gegeben sind die Pole und Nullstellen einer Laplace-Transformierten $F(s)$



Der Konvergenzbereich sei $\mathrm{Re}\{s\} > -1$

2 Pkt. **3.1** Bestimmen Sie $F(s)$.

2 Pkt. **3.2** Führen Sie eine Partialbruchzerlegung von $F(s)$ durch.

1 Pkt. **3.3** Bestimmen Sie $f(t)$.

Es sei $h(t) = \sum_{k=0}^{\infty} a^k \delta(t - kT)$, $0 < a < 1$

2 Pkt. **3.4** Bestimmen Sie die Laplace-Transformierte $H(s)$.

2 Pkt. **3.5** Bestimmen Sie alle Pol- und Nullstellen.
Skizzieren*) Sie die Pole und Nullstellen in der komplexen Laplace-Ebene und geben Sie den Konvergenzbereich an.

1 Pkt. **3.6** Existiert die Fouriertranformierte $H(j\omega)$ und ist das System stabil?
Die Antworten sind zu begründen.

*) Skizze mit Angabe aller charakteristischen Werte

Aufgabe 4 **(10 Punkte)**

Gegeben ist die Systemübertragungsfunktion $H(s)$ eines RC – Tiefpass-Verstärkers

$$H(s) = \frac{H_0 \cdot a}{s+a} \qquad a > 0$$

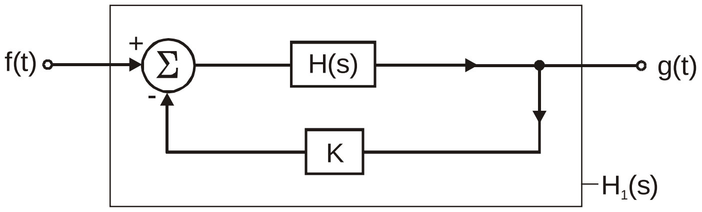
1 Pkt. **4.1** Bestimmen Sie die Gleichstromverstärkung $H(j0)$.

2 Pkt. **4.2** Bestimmen Sie über die Impulsantwort $h(t)$ die Zeitkonstante $T = RC$ des Systems.

2 Pkt. **4.3** Bestimmen Sie die Bandbreite ω_g des Systems, bei der

$$\left| \frac{H(j\omega_g)}{H(j0)} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}} \qquad \text{wird.}$$

Das Übertragungsverhalten des RC – Tiefpass-Verstärkers $H(s)$ wird durch folgende Beschaltung modifiziert.



1 Pkt. **4.4** Bestimmen Sie zunächst die Übertragungsfunktion $H_1(s)$ dieses Systems

2 Pkt. **4.5** Bestimmen Sie die Gleichstromverstärkung $H_1(j0)$, die Zeitkonstante T_1 und die Bandbreite ω_{g_1} .des Systems $H_1(s)$.

2 Pkt. **4.6** Welchen Wert muss K annehmen, damit die Bandbreite $\omega_{g_1} = 2\omega_g$ (ω_g aus 4.3) wird? Wie lautet dann die Zeitkonstante T_1 und die Gleichstromverstärkung $H_1(j0)$?

Aufgabe 5 **(10 Punkte)**

Ein zeitdiskretes System besitzt die Impulsantwort

$$h_1(n) = ½[\delta(n) + \delta(n-1)].$$

1 Pkt. **5.1** Bestimmen Sie das Ergebnis der Faltung $h_2(n) = h_1(n) * h_1(n)$

2 Pkt. **5.2** Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $H_2(j\Omega)$ nach Betrag und Phase.

2 Pkt. **5.3** Geben Sie $H_2(z)$ in Polynomform an und bestimmen Sie alle Pol- und Nullstellenlagen.

1 Pkt. **5.4** Ist das Filter mit $h_2(n)$ kausal und stabil? (Begründung erforderlich)

Die Übertragungsfunktion $H_3(z)$ eines weiteren zeitdiskreten Filters besitzt eine doppelte Nullstelle bei $z_{N,1/2} = -1$ und keine Polstelle; es sei H_0=1.

2 Pkt. **5.5** Bestimmen Sie die Impulsantwort $h_3(n)$.

2 Pkt. **5.6** Geben Sie ein System $h_4(n)$ an, so dass $h_3(n) * h_4(n) = h_2(n)$.

*) Skizze unter Angabe aller charakteristischen Werte.