

**Aufgabe 1****(10 Punkte)**Gegeben ist das Signal  $s(t)$ :

$$s(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{2} + \frac{1}{2}\right) + \text{rect}\left(\frac{t}{2} - \frac{1}{2}\right) - \text{rect}\left(\frac{t}{2}\right)$$

1 Pkt. **1.1** Skizzieren<sup>\*)</sup> Sie  $s(t)$ .1 Pkt. **1.2** Bestimmen Sie  $s'(t) = \frac{d}{dt}s(t)$ 1,5 Pkt. **1.3** Skizzieren<sup>\*)</sup> Sie  $g(t) = s(t) * \varepsilon(t)$ 1,5 Pkt. **1.4** Bestimmen Sie die Impulsantwort  $h(t)$  eines LTI-Systems, so dass das Ausgangssignal gleich  $s(t)$  ist, wenn das Eingangssignal gleich  $\text{rect}\left(\frac{t}{2}\right)$  ist.3 Pkt. **1.5** Bestimmen und skizzieren<sup>\*)</sup> Sie das Faltungsprodukt von  $s(t) * \text{rect}\left(\frac{t}{2}\right)$ .1 Pkt. **1.6** Bestimmen Sie die Energie des Signals  $s(t)$ .Es sei  $h_1(t) = s(t)$  die Impulsantwort eines LTI-Systems.1 Pkt. **1.7** Ist das System kausal oder stabil? (Begründungen sind erforderlich)

\*) Skizze mit Angabe aller charakteristischen Werte

**Aufgabe 2**

**(10 Punkte)**

2 Pkt. **2.1** Bestimmen<sup>\*)</sup> Sie die Fourier-Reihe des periodischen Signals

$$s_p(t) = \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$$

zunächst allgemein, und geben Sie dann die Real- und Imaginärteile der Koeffizienten für die Fälle  $\varphi = 0, \pi/4, \pi/2$  an.

4 Pkt. **2.2** Berechnen Sie das Fourier-Spektrum  $S_1(j\omega)$  des Signals

$$s_1(t) = \cos(2\pi t) \cdot \text{rect}(t)$$

mittels des Fourier-Integrals.

3 Pkt. **2.3** Bestimmen<sup>\*)</sup> Sie nun das Fourier-Spektrum  $S_2(j\omega)$  des Signals

$$s_2(t) = \cos\left(\frac{2\pi t}{T} + \varphi\right) \cdot \text{rect}\left(\frac{t}{T}\right)$$

1 Pkt. **2.4** Bringen Sie für  $T = 1, \varphi = 0$  das Ergebnis aus 2.3 in dieselbe Form, die Sie in 2.2 gefunden haben.

<sup>\*)</sup> Bestimmung unter Anwendung der Formelsammlung; keine Integration notwendig

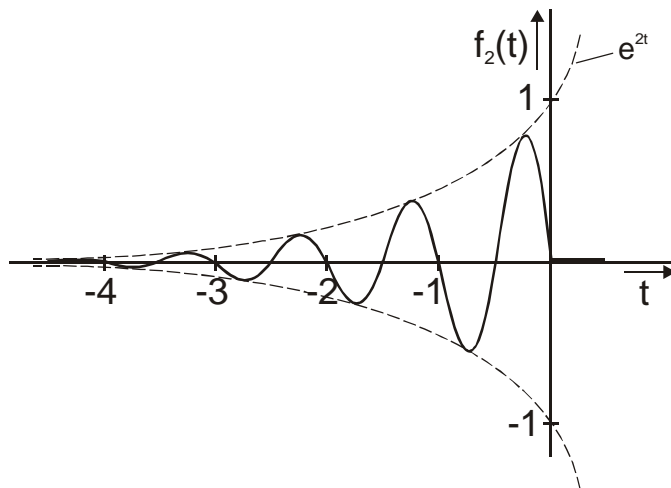
**Aufgabe 3** (10 Punkte)

Zu einer rechtsseitigen Funktion  $f_1(t)$  gehöre die Laplace-Transformierte

$$F_1(s) = \frac{2\pi}{(s-2)^2 + (2\pi)^2}$$

- 2 Pkt. **3.1** Skizzieren Sie das Pol-Nullstellen-Diagramm von  $F_1(s)$  und schraffieren Sie das Konvergenzgebiet.
- 1 Pkt. **3.2** Bestimmen Sie die Funktion  $f_1(t)$ .

Gegeben sei folgende Funktion  $f_2(t)$



- 1 Pkt. **3.3** Geben Sie die Funktion  $f_2(t)$  in geschlossener Form an.
- 1 Pkt. **3.4** Bestimmen Sie die Laplace-Transformierte  $F_2(s)$  der Funktion  $f_2(t)$ . Geben Sie das Konvergenzgebiet an.
- 1 Pkt. **3.5** Wie ändert sich das Konvergenzgebiet von  $F_2(s)$ , wenn das exponentielle Wachstum von  $f_2(t)$  in ein exponentielles Abklingen mit gleicher Zeitkonstante geändert wird? (Amplitude von  $f_2(t)$  wächst für  $t \rightarrow -\infty$ .)

Es sei nun zu einer linksseitigen Zeitfunktion  $f_3(t)$  die Laplace-Transformierte  $F_3(s)$

gegeben:

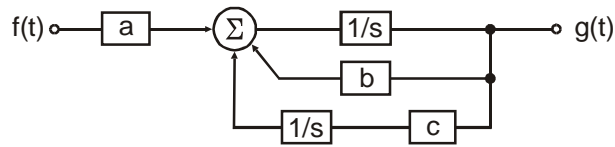
$$F_3(s) = \frac{2\pi}{(s-2)^2 - (2\pi)^2}$$

- 2 Pkt. **3.6** Skizzieren Sie das Pol-Nullstellen-Diagramm von  $F_3(s)$  und schraffieren Sie das Konvergenzgebiet.
- 2 Pkt. **3.7** Bestimmen Sie die Zeitfunktion  $f_3(t)$ .

**Aufgabe 4**

**(10 Punkte)**

Gegeben ist folgendes Übertragungssystem



2 Pkt. **4.1** Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion  $H(s)$ .

1 Pkt. **4.2** Wie lautet die Differentialgleichung, die das Übertragungsverhalten des Systems zwischen  $f(t)$  und  $g(t)$  beschreibt?

2 Pkt. **4.3** Bestimmen Sie alle Pole und Nullstellen von  $H(s)$ , wenn  $b = 0$  wird.  
Ist das System stabil? (Begründung erforderlich)

Gegeben ist nun 
$$H_1(s) = \frac{2s}{s^2 + 4s + 3}$$

2 Pkt. **4.4** Skizzieren Sie das Pol-Nullstellen-Diagramm  
Begründen Sie, ob  $H_1(j\omega)$  existiert oder nicht.

3 Pkt. **4.5** Bestimmen Sie die Sprungantwort  $h_\epsilon(t)$  des Übertragungssystems  $H_1(s)$ .

**Aufgabe 5**

**(10 Punkte)**

Ein digitales Filter (LSI-System) besitzt die Impulsantwort

$$h(n) = A \cdot b^n \cos\left(\frac{\pi}{2}n\right) \varepsilon(n)$$

- 1 Pkt. **5.1** Es sei  $|b| < 1$ . Skizzieren<sup>\*)</sup> Sie die Impulsantwort im Bereich  $0 \leq n \leq 4$ .
- 2 Pkt. **5.2** Bestimmen Sie  $H(z)$  für beliebiges reelles  $b$ . Skizzieren<sup>\*)</sup> Sie das Pol-/Nullstellendiagramm, und geben Sie an, unter welcher Bedingung das Filter stabil ist.
- 1 Pkt. **5.3** Es sei nun  $b = 1/2$ . Bestimmen Sie  $A$  so, dass  $H(j\Omega) = 1$  für  $\Omega = 0$ .

Im Folgenden werden wieder beliebige Werte  $b$  und  $A$  angenommen.

- 3 Pkt. **5.4** Beschreiben Sie die Filterung mittels der Differenzgleichung, und skizzieren<sup>\*)</sup> Sie die Filterstruktur. Um welchen Filtertyp handelt es sich?

Es soll nun eine inverse Filterung mit einem Filter der Impulsantwort  $h^I(n)$  durchgeführt werden, so dass  $h(n) * h^I(n) = \delta(n)$ .

- 3 Pkt. **5.5** Geben Sie die  $z$ -Transformierte  $H^I(z)$  an, und bestimmen Sie  $h^I(n)$ . Skizzieren<sup>\*)</sup> Sie die Filterstruktur. Um welchen Filtertyp handelt es sich? Begründen Sie, ob das Filter stabil ist.

<sup>\*)</sup> Skizze mit Angabe aller charakteristischen Werte.