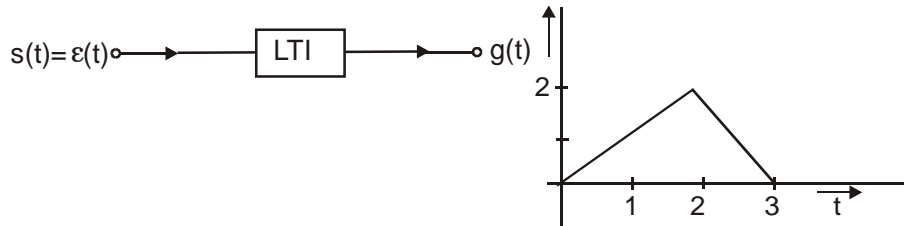


Aufgabe 1

(10 Punkte)

Gegeben sind Eingangs- und Ausgangssignal eines *LTI* – Systems



1 Pkt. **1.1** Skizzieren^{*)} Sie die Impulsantwort $h(t)$ des *LTI* – Systems.

2 Pkt. **1.2** Skizzieren^{*)} Sie das Ausgangssignal $g_0(t)$, wenn auf den Eingang

$$s_0(t) = \text{rect}\left(t - \frac{1}{2}\right) \text{ gegeben wird}$$

Ein System wird durch folgende Transformation beschrieben:

$$g(t) = Tr\{s(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} s(x) \cos(2\pi tx) dx$$

2 Pkt. **1.3** Bestimmen Sie $g_1(t)$ für $s_1(t) = \text{rect}(t)$ und $g_2(t)$ für $s_2(t) = \text{rect}\left(t - \frac{1}{2}\right)$.

2 Pkt. **1.4** Begründen Sie, ob das System linear und/oder zeitinvariant ist.

Ein Signal $s_3(t) = \varepsilon(t) \cos(\pi t)$ wird über einen Kurzzeitintegrator mit der Impulsantwort

$$h_3(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{T} - \frac{1}{2}\right) \text{ übertragen.}$$

3 Pkt. **1.5** Bestimmen Sie das Ausgangssignal $g_3(t)$.

^{*)} Skizze mit Angabe aller charakteristischen Werte

Aufgabe 2

(10 Punkte)

Gegeben ist ein Signal $s(t) = (1 - t^2) \text{rect}\left(\frac{t}{2}\right)$.

1 Pkt. **2.1** Skizzieren*) Sie $s(t)$.

2 Pkt. **2.2** Bestimmen Sie die erste Ableitung $s'(t)$ und die zweite Ableitung $s''(t)$.

3 Pkt. **2.3** Bestimmen Sie unter Verwendung der Tabellenlösung die Fourier-Transformierte für $s''(t)$ sowie mit Hilfe des Differentiationstheorems $S(j\omega)$ für $s(t)$.

Das Signal $s(t)$ wird nun mit $T=2$ periodisch fortgesetzt.

1 Pkt. **2.4** Bestimmen Sie die Leistung des periodischen Signals.

3 Pkt. **2.5** Bestimmen Sie die Koeffizienten c_k der Fourier-Reihe entweder unter Verwendung des Ergebnisses aus 2.3 oder durch direkte Anwendung der Reihenanalyse.

$$\left[\int t^2 e^{at} dt = e^{at} \left(\frac{t^2}{a} - \frac{2t}{a^2} + \frac{2}{a^3} \right) \right]$$

*) Skizze unter Angabe aller charakteristischen Werte.

Aufgabe 3

(10 Punkte)

Gegeben ist die Laplace-Übertragungsfunktion $H(s)$ eines kausalen Systems.

$$H(s) = \frac{s}{(s+2)(s^2 + \omega_0^2)}$$

2 Pkt. **3.1** Bestimmen Sie alle Nullstellen und Pole sowie den Konvergenzbereich in der komplexen Laplace-Ebene.

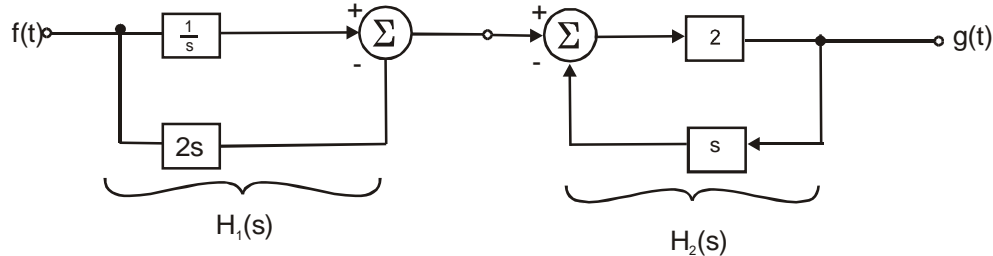
4 Pkt. **3.2** Führen Sie eine Partialbruchzerlegung von $H(s)$ durch.

2 Pkt. **3.3** Bestimmen Sie die Impulsantwort $h(t)$ des kausalen Systems.

2 Pkt. **3.4** Ein System $H_1(s) = s+1$ wird mit einem System mit der Impulsantwort $h_2(t)$ in Kette geschaltet. Bestimmen Sie die Impulsantwort $h_k(t)$ der Kettenschaltung als Funktion von $h_2(t)$.

Aufgabe 4**(10 Punkte)**

Gegeben ist das Laplace-Blockdiagramm eines kausalen *LTI* – Systems, bestehend aus der Kettenschaltung zweier Teilsysteme $H_1(s)$ und $H_2(s)$



- 2 Pkt. **4.1** Bestimmen Sie die Laplace-Übertragungsfunktion $H(s)$ des gesamten Systems.
- 2 Pkt. **4.2** Beschreiben Sie den Zusammenhang zwischen Eingangssignal und Ausgangssignal durch eine Differentialgleichung.
- 2,5 Pkt. **4.3** Bestimmen Sie alle Nullstellen, Pole und H_0 sowie den Konvergenzbereich in der s – Ebene. Ist das System stabil?
- 1,5 Pkt. **4.4** Bestimmen Sie die Impulsantworten $h_1(t)$ und $h_2(t)$ der beiden Teilsysteme $H_1(s)$ und $H_2(s)$
- 2 Pkt. **4.5** Ermitteln Sie damit die Gesamtimpulsantwort $h(t)$ des *LTI* – Systems.

Aufgabe 5

(10 Punkte)

Ein zeitdiskretes System besitzt die Impulsantwort $h(n) = \delta(n+1) - \delta(n-1)$.

2 Pkt. **5.1** Bestimmen Sie $H(z)$ und geben Sie die Lagen von Pol- und Nullstellen sowie das Konvergenzgebiet an.

2 Pkt. **5.2** Skizzieren*) Sie $H(j\Omega)$ getrennt nach Betrag und Phase.

Ein ideal bandbegrenzttes Signal mit einem Fourier-Spektrum

$$S(j\omega) = \text{rect}\left(\frac{\omega}{2\pi}\right) \text{ wird mit } T=1 \text{ ideal abgetastet.}$$

2 Pkt. **5.3** Geben Sie das Zeitsignal $s(t)$ und die Abtastwertfolge $s(n)$ an.

3 Pkt. **5.4** Führen Sie die Differentiation $g(t) = \frac{d}{dt}s(t)$ aus und bestimmen Sie auch hierfür die Abtastwertfolge $g(n)$.

Ein bandbegrenzter Differentiator besitzt folgende Fourier-Übertragungsfunktion:

$$H_D(j\omega) = j\omega \cdot \text{rect}\left(\frac{\omega}{2\pi}\right)$$

1 Pkt. **5.5** Begründen Sie, dass $h_D(n) = g(n)$.

*) Skizze unter Angabe aller charakteristischen Werte