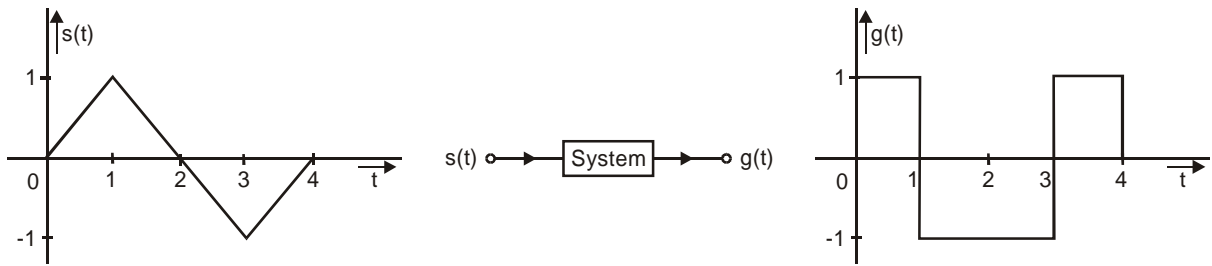


**Aufgabe 1**

**(10 Punkte)**

Ein System antwortet auf ein Signal  $s(t)$  mit  $g(t)$  am Ausgang



2 Pkt. **1.1** Geben Sie eine Transformationsgleichung an, mit der  $g(t)$  aus  $s(t)$  erzeugt werden kann. Kann diese Transformation durch ein *LTI* – System durchgeführt werden? (Begründung erforderlich)

3 Pkt. **1.2** Berechnen und skizzieren<sup>\*)</sup> Sie  $g_1(t) = \varepsilon(t) * s(t)$ .

2 Pkt. **1.3** Bestimmen und skizzieren<sup>\*)</sup> Sie  $g_2(t) = s\left(\frac{t}{2}\right) \cdot \sum_{k=-4}^4 \delta(t-k)$

1 Pkt. **1.4** Es sei  $g_3(t) = s(t) * g(t)$ . Bestimmen Sie  $\int_{-\infty}^{\infty} g_3(t) dt$ .

2 Pkt. **1.5** Prüfen Sie, ob die folgende Transformation ein lineares und/oder zeitinvariantes System beschreibt.

$$g(t) = Tr\{s(t)\} = s(t) \cdot \cos(2\pi f_0 t) \quad (s(t) = \text{beliebig})$$

<sup>\*)</sup> Skizze mit Angabe aller charakteristischen Werte

**Aufgabe 2**

**(10 Punkte)**

4 Pkt. **2.1** Berechnen Sie die Fourier-Reihenkoeffizienten  $c_k$  des mit  $T$  periodischen Signals

$$s(t) = t^2, \quad 0 \leq t < T,$$

und geben Sie diese getrennt nach Real- und Imaginärteil an.

$$\left[ \text{Hinweis: } \int t^2 e^{at} dt = e^{at} \left( \frac{t^2}{a} - \frac{2t}{a^2} + \frac{2}{a^3} \right), \quad a \neq 0 \right]$$

2 Pkt. **2.2** Geben Sie nun die Fourier-Reihenkoeffizienten  $c_k^{(1)}$  der Signale

$$s_1(t) = s(t) + s(T-t) \text{ sowie } c_k^{(2)} \text{ von } s_2(t) = s(t) - s(T-t) \text{ an.}$$

In den beiden folgenden Aufgabenpunkten wird das Signal  $s_1(t)$  aus 2.2 mit  $T=1$  betrachtet.

2 Pkt. **2.3** Bestimmen Sie die Leistung  $P$  des Signals als dimensionslose Größe.

$$\left[ \text{Hinweis: } \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^4} = \frac{\pi^4}{90} \right]$$

2 Pkt. **2.4** Das Signal wird über einen idealen Tiefpass der Grenzfrequenz  $\omega_g=3\pi$  übertragen. Bestimmen Sie das Ausgangssignal  $g_1(t)$ .

**Aufgabe 3**

**(10 Punkte)**

2 Pkt. **3.1** Berechnen Sie die Laplace-Transformation  $H(s)$  von  $h(t) = \text{rect}(t)$ .

2 Pkt. **3.2** Bestimmen Sie alle Nullstellen und Pole und geben Sie den Konvergenzbereich an.

Ein zweiseitiges Signal wird durch die Laplace-Transformierte  $G(s)$  beschrieben

$$G(s) = G_1(s) + G_2(s) = \frac{2}{s^2 + 6s + 13} + \frac{s + 1}{s^2 + 2s + 5}$$

3 Pkt. **3.3** Bestimmen Sie die Pole von  $G_1(s)$  und  $G_2(s)$  und skizzieren<sup>\*)</sup> Sie diese in der  $s$  – Ebene. Geben Sie den Konvergenzbereich von  $G(s)$  an.

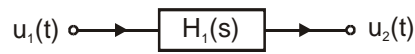
3 Pkt. **3.4** Bestimmen Sie  $g(t)$ .

<sup>\*)</sup> Skizze mit Angabe aller charakteristischen Werte

**Aufgabe 4**

**(10 Punkte)**

Das Übertragungsverhalten eines linearen Systems 1 wird durch eine Differentialgleichung beschrieben

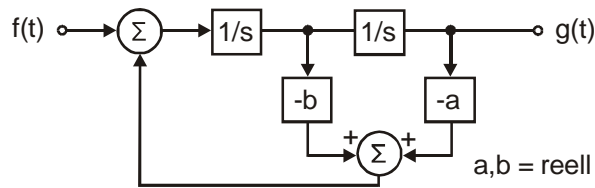


$$\frac{d^2}{dt^2} u_2(t) - 4 \frac{d}{dt} u_2(t) + 2u_2(t) = u_1(t)$$

2 Pkt. **4.1** Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion  $H_1(s)$ .

3 Pkt. **4.2** Bestimmen und skizzieren<sup>\*)</sup> Sie ein Laplace-Blockdiagramm des *LTI* – Systems unter Verwendung von Integratoren, Addierern und Verstärkungs-/Dämpfungsfaktoren

Geben ist nun das Laplace-Blockdiagramm eines *LTI* – Systems 2.



3 Pkt. **4.3** Bestimmen Sie seine Übertragungsfunktion  $H_2(s)$ .

Gegeben ist die Übertragungsfunktion eines kausalen *LTI* – Systems 3

$$H_3(s) = \frac{1}{s^2 + d \cdot s + 4}$$

2 Pkt. **4.4** Für welche  $d$  ist das System stabil? (Begründung erforderlich!)

<sup>\*)</sup> Skizze unter Angabe aller charakteristischen Werte.

### Aufgabe 5 (10 Punkte)

Ein kausales diskretes Filter (LSI-System) wird durch die folgende Gleichung beschrieben:

$$g(n) = s(n) + s(n-1) + g(n-1) - g(n-2) .$$

- 2 Pkt. **5.1** Skizzieren<sup>\*)</sup> Sie die Impulsantwort  $h(n)$  im Bereich  $0 \leq n \leq 8$ .
- 2 Pkt. **5.2** Skizzieren<sup>\*)</sup> Sie ein Blockschaltbild des Systems.
- 3 Pkt. **5.3** Bestimmen Sie  $H(z)$ . Skizzieren<sup>\*)</sup> Sie das Pol-/Nullstellendiagramm, und begründen Sie, ob das Filter stabil ist.

Über ein Filter mit der Übertragungsfunktion  $H_1(z) = \frac{1 + 2z^{-1} + 2z^{-2}}{1 - 0,8z^{-1} + 0,8z^{-2}}$

wird das folgende Signal übertragen:

$$s(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c \cdot \delta(n-k) \quad ; \quad c \text{ reell}$$

- 3 Pkt. **5.4** Bestimmen Sie mittels Lösung im Fourier-Frequenzbereich das Ausgangssignal  $g(n) = s(n) * h_1(n)$ .

<sup>\*)</sup> Skizze unter Angabe aller charakteristischen Werte.